

**SOAL TUTORIAL BAB 13
INTEGRAL LIPAT
MA1201 MATEMATIKA 2A**

SEMESTER II 2015/2016

Selesaikanlah soal-soal berikut:

- (1) Misalkan $R = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 2\}$.

Hitung integral lipat $\iint_R f(x, y) dA$ dengan f adalah fungsi berikut:

$$(a) f(x, y) = \begin{cases} 2, & 1 \leq x \leq 4, 0 \leq y < 1 \\ -3, & 1 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

$$(b) f(x, y) = \begin{cases} 1, & 1 \leq x \leq 4, 0 \leq y < 1 \\ -2, & 1 \leq x < 3, 1 \leq y \leq 2 \\ 3, & 3 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

- (2) Partisikan daerah $R = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 4\}$ ke dalam 6 buah persegi yang berukuran 2×2 . Hampiri nilai $\iint_R f(x, y) dA$ dengan

menghitung jumlah Riemann $\sum_{k=1}^6 f(\bar{x}_k, \bar{y}_k) \Delta A_k$ dan (\bar{x}_k, \bar{y}_k) merupakan titik tengah dari keenam persegi.

(a) $f(x, y) = 12 - x - y$

(b) $f(x, y) = 10 - y^2$

- (3) Diketahui $R_1 = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$, $R_2 = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2\}$, dan $R = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$. Fungsi dua peubah g terintegralkan pada daerah R dan R_1 dengan: $\iint_R g(x, y) dA = 5$ dan $\iint_{R_1} g(x, y) dA = 2$. Tentukan

$$\iint_{R_2} (2g(x, y) + 3) dA.$$

- (4) Hitunglah $\iint_R (6 - y) dA$ bila $R = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ dengan cara menggambar benda pejal yang volumenya dinyatakan oleh integral tersebut, lalu menghitung volume benda itu secara langsung.

- (5) Hitung masing-masing integral berulang berikut

(a) $\int_0^2 \int_1^3 x^2 y dy dx$

(b) $\int_0^1 \int_0^1 \frac{y}{(xy + 1)^2} dx dy$

(c) $\int_0^{\ln 3} \int_0^{\ln 2} e^{x+y} dy dx$

- (6) Tentukan volume benda pejal diantara $z = x^2 + y^2 + 2$ dan $z = 1$ dan terletak di atas daerah $R = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$.

- (7) Hitung integral berulang berikut

(a) $\int_1^5 \int_0^x \frac{3}{x^2 + y^2} dy dx$

(b) $\int_1^2 \int_0^{x^2} \frac{y^2}{x} dy dx$

- (8) Hitung $\iint_S \frac{2}{1 + x^2} dA$ dengan S adalah daerah segitiga dengan titik sudut $(0, 0)$, $(2, 2)$, $(0, 2)$.

- (9) Tentukan volume benda pejal di oktan pertama yang dibatasi oleh permukaan $9x^2 + 4y^2 = 36$ dan $9x + 4y - 6z = 0$.

- (10) Hitung $\iint_S xy dA$ dengan S adalah daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2$, $y = \frac{1}{2}$ dan $y = -x + 2$.

- (11) Ubah urutan pengintegralan dari integral berulang berikut

(a) $\int_0^1 \int_0^x f(x, y) dy dx$

(b) $\int_0^2 \int_{y^2}^{2y} f(x, y) dx dy$

(c) $\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{y+1}}^{\sqrt{y+1}} f(x, y) dx dy$

- (12) Hitunglah integral berikut:

$$(a) \int_0^{\sqrt{3}} \int_0^1 \frac{8x}{(x^2 + y^2 + 1)^2} dy dx$$

$$(b) \int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sin y^3 dy dx$$

(13) Sketsalah grafik fungsi berikut, kemudian tentukan persamaan polarnya.

$$(a) x - 3y + 2 = 0$$

$$(b) y = -2$$

$$(c) x - y = 0$$

$$(d) x^2 + y^2 = 4$$

(14) Tentukan persamaan Cartesius dari fungsi-fungsi berikut, kemudian sketsalah grafiknya

$$(a) r \cos \theta + 3 = 0$$

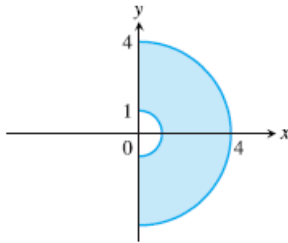
$$(b) r - 5 \cos \theta = 0$$

$$(c) r \sin \theta - 1 = 0$$

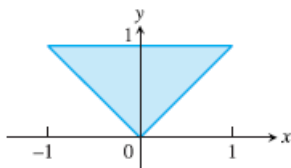
$$(d) r^2 - 6r \cos \theta - 4r \sin \theta + 9 = 0$$

(15) Deskripsikan daerah yang diarsir pada gambar-gambar berikut dalam koordinat polar

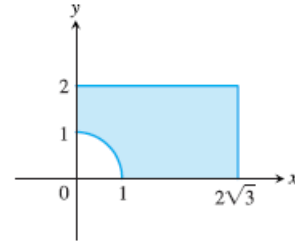
(a)



(b)



(c)



(16) Hitunglah luas daerah S dengan menggunakan integral lipat dalam koordinat polar. Sketsalah daerah tersebut terlebih dahulu.

(a) S adalah daerah di dalam lingkaran $r = 4 \cos \theta$ dan di luar lingkaran $r = 2$.

(b) S adalah daerah terkecil yang dibatasi oleh grafik $r = 4 \sin \theta$ dan $\theta = \frac{\pi}{6}$.

(17) Tentukan integral lipat berikut dengan mengubahnya ke dalam integral dalam koordinat polar. Sketsalah daerah pengintegralannya terlebih dahulu.

(a) $\iint_S \frac{1}{4 + x^2 + y^2} dA$ dengan S adalah juring lingkaran pada kuadran pertama di antara garis $y = x$ dan $y = 0$.

(b) $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \sin(x^2 + y^2) dx dy$

(c) $\int_1^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} (x^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} dy dx$

(18) Dengan menggunakan koordinat polar, tentukan volume benda pejal di atas bidang- xy yang dibatasi oleh permukaan $2x^2 + 2y^2 + z^2 = 18$ dan $x^2 + y^2 = 4$.

(19) Carilah titik pusat massa dari lamina yang dibatasi oleh kurva-kurva berikut dengan rapat massa yang diberikan

(a) $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 1$ dan $\delta(x, y) = 2 - x - y$.

(b) $r = 2 \sin \theta$ dan $\delta(r, \theta) = r$.