

SOAL TUTORIAL BAB 15
PERSAMAAN DIFFERENSIAL
MA1201 MATEMATIKA 2A

SEMESTER II 2015/2016

Selesaikanlah soal-soal berikut:

(1) Selesaikan persamaan diferensial berikut

- (a) $y'' - 5y' + 6y = 0$.
- (b) $y'' + 6y' - 7y = 0; y(0) = 0, y'(0) = 4$.
- (c) $y'' - 4y' + 4y = 0$.
- (d) $y'' - 4y' + y = 0$.
- (e) $y'' + 6y' - 2y = 0$.
- (f) $y'' + 9y = 0, y(\pi/3) = 0, y'(\pi/3) = 3$.
- (g) $y^{(4)} + 3y''' - 4y'' = 0$.

(2) Selesaikan persamaan differensial

$$y^{(4)} + 2y^{(3)} + 3y'' + 2y' + y = 0.$$

(3) Selesaikan persamaan differensial

$$x^2y'' + 5xy' + 4y = 0,$$

dengan pertama-tama menggunakan substitusi $x = e^z$.

(4) Gunakan metode koefisien tak tentu untuk menyelesaikan masing-masing persamaan differensial berikut:

- (a) $y'' + y' - 6y = 2x^2$.
- (b) $y'' + 6y' + 9y = 2e^{-x}$.
- (c) $y'' + 4y' = \cos x$.
- (d) $y'' + 9y = \sin 3x$.
- (e) $y'' + y' = e^x + 3x$.
- (f) $y'' - 4y = 4 \sin x; y(0) = 4, y'(0) = 0$.

(5) Selesaikan persamaan differensial berikut dengan menggunakan metode variasi parameter

- (a) $y'' - 4y = e^{2x}$.
- (b) $y'' + y = \cot x$.
- (c) $y'' - 3y' + 2y = \frac{e^x}{e^x + 1}$.
- (d) $y'' + 4y = \sin^3 x$.

(6) Suatu pegas dengan konstanta pegas $K = 250N/m$,

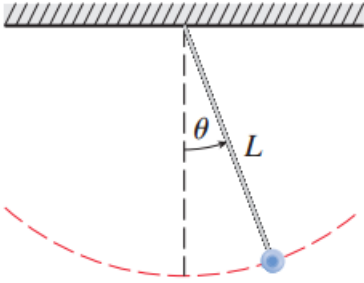
digantungi suatu benda seberat 10 kg dan dibiarkan mencapai keadaan setimbang. Kemudian benda tersebut diangkat sejauh 0,1 m lalu dilepaskan. Tentukan persamaan gerak dan periodenya dengan asumsi gaya gesekan diabaikan.

(7) Sebuah pegas bertambah panjang 4 inci jika digantungi benda seberat 5 kg. Pegas tersebut digantungi benda seberat 10 kg dan dibiarkan mencapai keadaan setimbang. Benda tersebut kemudian diangkat sejauh 0,5m dan dilepaskan dengan kecepatan awal 1 meter/detik ke arah bawah. Tentukan persamaan gerak bila gaya gesekan diabaikan.

(8) Sebuah rangkaian listrik seri mempunyai daya gerak listrik tetap sebesar 40V, resistor sebesar 10Ω dan induktor sebesar 0,2H. Jika arus pada saat $t = 0$ adalah 0, dan muatan pada kapasitor saat itu 0, tentukan muatan dan arus pada setiap saat $t > 0$.

(9) Sebuah rangkaian listrik seri mempunyai daya gerak listrik $E(t) = 100 \sin(200t)$ volt, resistor sebesar 40Ω, induktor sebesar 0,05H, dan kapasitor sebesar 4×10^{-4} Farad. Jika arus awal 0 dan muatan awal pada kapasitor 0,01 Coulomb, tentukan arus pada setiap saat $t > 0$.

- (10) Gambar berikut menunjukkan sebuah pendulum dengan panjang L dan sudut θ terhadap garis vertikal.



Dapat ditunjukkan bahwa θ sebagai fungsi dari waktu memenuhi persamaan differensial taklinier

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \sin \theta = 0$$

dengan g menyatakan percepatan gravitasi. Untuk θ yang kecil kita bisa menggunakan hampiran $\sin \theta \approx \theta$ sehingga persamaan differensial menjadi persamaan differensial linier.

- Tentukan persamaan gerak dari pendulum dengan panjang 1 meter jika θ mula-mula adalah 0,2 radian dan kecepatan sudut awal adalah $\frac{d\theta}{dt} = 1$ rad/s.
- Berapakah simpangan sudut terbesar dari sumbu vertikal?
- Berapakah periode gerakan pendulum?
- Kapan pertama kali posisi pendulum sejajar garis vertikal?
- Berapa kecepatan sudut dari pendulum ketika ia vertikal?